Мастер-класс для учителей математики МБОУ СОШ с. Зильги по трудным вопросам ОГЭ и ЕГЭ в рамках проекта **«Мобильный учитель-методист — школе 21 века».**

**Решение задач на вероятность**

Добрый день, уважаемые коллеги. Целью нашей сегодняшней встречи является подготовка учащихся к итоговой аттестации. Тема, которую мы рассмотрим: «Теория вероятностей в задачах ГИА». Хотя задачи не являются трудными, но как результат ученики испытывают трудности при решении. Поэтому возникает необходимость спланировать итоговое повторение так, чтобы задачи по этой теме научились решать не только те ученики, которые претендуют на высокий балл, но и желающие преодолеть минимальный порог.

Можно выделить несколько блоков задач:

1. Простые задачи;
2. Если количество участников уменьшается;
3. Задачи с перебором вариантов (с монетами и кубиками)
4. Вероятность нескольких событий

**1. Решение задач на классическое определение вероятности**

Здесь рассматриваются задачи, для решения которых достаточно применить классическое определение вероятности. Напомню определение вероятности:

Вероятностью события A называется отношение числа m - благоприятных для A исходов к числу n- всех равновозможных исходов: Р (А) = $\frac{m}{n}$

**Задача**. *На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с яблоками. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с яблоками.*

**Решение:** Классическая задача по теории вероятностей.

В нашем случае удачный исход - это пирожок с яблоком. Пирожков с яблоками 3, а всего пирожков: 4 + 8 + 3 = 15

Вероятность того, что попадется пирожок с яблоками - это количество пирожков с яблоками, деленное на общее количество: 3 / 15 = 0,2 Ответ: 0,2

**Алгоритм решения задачи**

1. Определяем, в чем состоит случайный эксперимент и что является случайным событием.

2. Находим общее число элементарных событий.

3. Находим число событий, благоприятствующих событию, указанному в условии задачи.

4. Находим вероятность события с использованием формулы .

На наш взгляд эта схема помогает быстрее логически разложить все по полочкам, и после этого задача поддается решению гораздо легче и для учителя, и для учащихся.

Так, я хочу разобрать подробно задачу следующего содержания.

**2. Если количество участников уменьшается (условная вероятность**) Пример: Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 теннисистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо спортсменом из России?

**Решение**: Нужно учесть, что Руслан Орлов должен играть с каким-либо теннисистом из России. И сам Руслан Орлов тоже из России. m=10-1=9; n= 26-1=25 («минус» Руслан Орлов) Р= 9/25= 0,36. Ответ: 0,36.

После решения задачи можно предложить следующую:

**Задача** За круглый стол на 21 стул в случайном порядке рассаживаются 19 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки не окажутся на соседних местах.

**Решение.**

Сделать рисунок стульев ( одна девочка садится, а вторая садится на любой, кроме двух соседних).

Р = 18/20 = 0,9.

**Задача***.* Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 75 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 27 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

**Решение:**

Занесем данные в таблицу. Получили всего исходов – 75.

Исполнители из России выступают на третий день.

Благоприятных исходов – (75-27):4=12.

Р(А)=12 : 75 = 0,16.

**Ответ: 0,16 .**

**3. Задачи с перебором вариантов (с монетами и кубиками)**

**Задача**. В слу­чай­ном экс­пе­ри­мен­те сим­мет­рич­ную мо­не­ту бро­са­ют 2 раза. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что орел вы­па­дет ровно 1 раз.

**Ре­ше­ние**. При бросании монеты **Какие могут быть варианты выпадения?**

Всего воз­мож­ны че­ты­ре ис­хо­да: решка-решка, решка-орёл, орёл-решка, орёл-орёл. Орёл вы­па­да­ет ровно один раз в двух слу­ча­ях, по­это­му ве­ро­ят­ность того, что орёл вы­па­дет ровно один раз равна 2:4=0,5. Ответ: 0,5.

**В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл не выпадет ни разу.** *Решение.* *1:8=0,125 Ответ. 0,125*

***При решении задач с монетами число всех возможных*** ***исходов можно посчитать по формуле п=2ª, где α –количество бросков***

**Задача** Опре­де­ли­те ве­ро­ят­ность того, что при бро­са­нии иг­раль­но­го ку­би­ка (пра­виль­ной кости) вы­па­дет не­чет­ное число очков.

 ***Ре­ше­ние****. При бро­са­нии ку­би­ка рав­но­воз­мож­ных шесть раз­лич­ных ис­хо­дов. Со­бы­тию "вы­па­дет нечётное число очков" удо­вле­тво­ря­ют три слу­чая: когда на ку­би­ке вы­па­да­ет 1, 3 или 5 очков. По­это­му ве­ро­ят­ность того, что на ку­би­ке вы­па­дет нечётное число очков равна 3:6=0,5. Ответ: 0,5.*

**Задача.** Иг­раль­ную кость бро­са­ют два­жды. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что оба раза вы­па­ло число, боль­шее 3.

*Ре­ше­ние. При бро­са­нии ку­би­ка 6²= 36 раз­лич­ных ис­хо­дов. Со­бы­тию "вы­па­дет боль­ше трёх очков" удо­вле­тво­ря­ют три слу­чая: когда на ку­би­ке вы­па­да­ет 4, 5, или 6 очков , благоприятных исходов 9 (4,4; 4,5; 4,6; 5,4; 5,5; 5,6; 6,4; 6,5; 6,6.) Ответ: 9: 36 = 0,25.*

В любой задаче есть такие моменты, когда нужно выбирать рациональные методы, формы и представлять решение в виде таблиц, схем и т.д.

В следующих задачах нет нужды выписывать все элементарные исходы. Достаточно просто подсчитать их количество.

***При решении задач с кубиками число всех возможных*** ***исходов можно посчитать по формуле п=6ª, где α –количество бросков***

1. **Вероятность нескольких событий**

**Подсчитываем вероятность каждого события в отдельности, затем между дробями ставим знаки:**

**1. Если нужно первое И второе событие, то умножаем.**

**2. Если нужно первое ИЛИ второе событие, то складываем.**

**Независимые события и закон сложения.**

 На эк­за­ме­не по гео­мет­рии школь­ни­ку достаётся одна за­да­ча из сбор­ни­ка. Ве­ро­ят­ность того, что эта за­да­ча по теме «Углы», равна 0,1. Ве­ро­ят­ность того, что это ока­жет­ся за­да­ча по теме «Па­рал­ле­ло­грамм», равна 0,6. В сбор­ни­ке нет задач, ко­то­рые од­но­вре­мен­но от­но­сят­ся к этим двум темам. Най­ди­те ве­ро­ят­ность того, что на эк­за­ме­не школь­ни­ку до­ста­нет­ся за­да­ча по одной из этих двух тем.

 *Ре­ше­ние. Сум­мар­ная ве­ро­ят­ность не­сов­мест­ных со­бы­тий равна сумме ве­ро­ят­но­стей этих со­бы­тий: P=0,6+ 0,1 = 0,7.  Ответ: 0,7.*

**Независимые события и закон умножения** Вероятность нахождения и 1-го, и 2-го, и n-го события находятся по формуле: Р= Р1\*Р2\*…\*Рn

**Пример**: Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся. Результат округлите до сотых. **Решение**: Результат каждого следующего выстрела не зависит от предыдущих. Поэтому события «попал при первом выстреле», «попал при втором выстреле» и т.д. независимы. Вероятность каждого попадания равна 0,8. Значит, вероятность промаха равна 1 – 0,8 = 0,2. 1 выстрел: 0,8 2 выстрел: 0,8 3 выстрел: 0,8 4 выстрел: 0,2 5 выстрел: 0,2. По формуле умножения вероятностей независимых событий, получаем: Р= 0,8 ∙ 0,8 ∙ 0,8 ∙ 0,2 ∙ 0,2 = 0,02048 ≈ 0,02.

**Сочетания законов «и» и законов «или»** Пример: Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года. Решение: Пусть A = «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет», В = «чайник прослужит больше двух лет», тогда A + B = «чайник прослужит больше года». События A и В совместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения. Вероятность произведения этих событий, состоящего в том, что чайник выйдет из строя ровно через два года – строго в тот же день, час и секунду – равна нулю. Тогда: P(A + B) = P(A) + P(B) − P(A·B) = P(A) + P(B), откуда, используя данные из условия, получаем 0,97 = P(A) + 0,89. Тем самым, для искомой вероятности имеем: P(A) = 0,97 − 0,89 = 0,08. Ответ: 0,08.

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение. Рассмотрим события: А = кофе закончится в первом автомате,

В = кофе закончится во втором автомате. Тогда

A·B = кофе закончится в обоих автоматах,

A + B = кофе закончится хотя бы в одном автомате.

 По условию P(A) = P(B) = 0,3; P(A·B) = 0,12.

События A и B совместные, вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:P(A + B) = P(A) + P(B) − P(A·B) = 0,3 + 0,3 − 0,12 = 0,48.

Следовательно, вероятность противоположного события, состоящего в том, что кофе останется в обоих автоматах, равна 1 − 0,48 = 0,52. Ответ: 0,52.

Приведем другое решение.

Вероятность того, что кофе останется в первом автомате равна 1 − 0,3 = 0,7. Вероятность того, что кофе останется во втором автомате равна 1 − 0,3 = 0,7. Вероятность того, что кофе останется в первом или втором автомате равна 1 − 0,12 = 0,88. Поскольку P(A + B) = P(A) + P(B) − P(A·B), имеем: 0,88 = 0,7 + 0,7 − х, откуда искомая вероятость х = 0,52. Примечание.

Заметим, что события А и В не являются независимыми. Действительно, вероятность произведения независимых событий была бы равна произведению вероятностей этих событий: P(A·B) = 0,3·0,3 = 0,09, однако, по условию, эта вероятность равна 0,12.

*Ответ: 0,2*